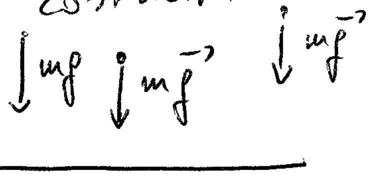
①

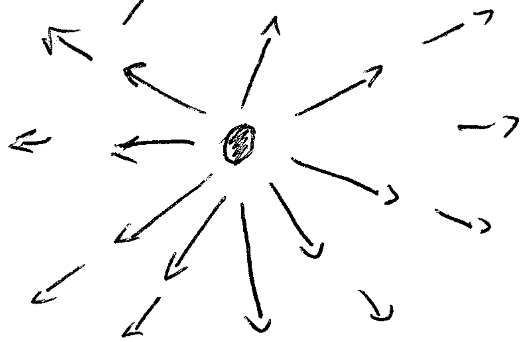
RICHIAMI SULLA TEORIA DEL POTENZIALE

1) Rappresentazione geometrica di vari campi

campo costante



campo centrale



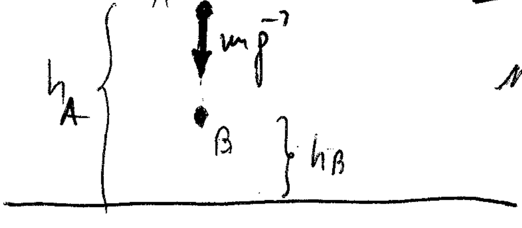
Differenze: nel primo ad ogni punto dello spazio associamo lo <u>stesso</u> vettore (costante in direzione, verso e intensità). Nel secondo (che ha comunque notevole simmetria) ad ogni punto associamo vettori diversi

2) Concetto di Lavoro di un campo di forze

$$L = \overrightarrow{campo} \cdot \overrightarrow{\Delta S} = \| \overrightarrow{campo} \| \cdot \| \overrightarrow{\Delta S} \| \cdot \cos \alpha$$

dove α è l'angolo tra il vettore forza e il vettore spostamento.

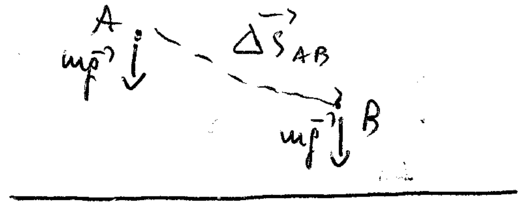
<u>esempio</u> Prendiamo il campo $m\vec{g}$ (forza peso)



$\overrightarrow{\Delta S}_{AB}$ è lo spostamento tra A e B
$m\vec{g}$ è il campo (<u>costante</u> in tutto lo spostamento)

$$L_{AB} = m\vec{g} \cdot \overrightarrow{\Delta S}_{AB} = |m\vec{g}| \cdot |\overrightarrow{\Delta S}_{AB}| \cdot \cos 0°$$
$$= mg\,(h_A - h_B) = mgh_A - mgh_B$$

② *esempio*



Cambiamo percorso (in ogni caso A e B sono sempre ad altezza h_A e h_B)

Si dimostra che $L_{AB} = mgh_A - mgh_B$ --- come prima!

Cambiamo percorso

ANCHE QUI

$L_{AB} = mgh_A - mgh_B$

Il lavoro della forza peso dipende solo dalle posizioni iniziali e finali!
Questa NON è una caratteristica dei soli campi costanti (come $m\vec{g}$). Vale anche per altri tipi di campi. Poniamo quindi

DEF: Un campo vettoriale si dice conservativo se il lavoro calcolato lungo un percorso, dipende UNICAMENTE dalle posizioni degli estremi del percorso.

Nell'es. di $m\vec{g}$ tutto dipendeva solo da h_A e h_B
Ricordiamo che avevamo

$$L_{AB} = mgh_A - mgh_B$$

Se definisco

$$U(x) = mgx$$

avrò

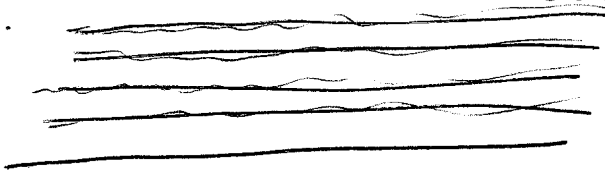
$$L_{AB} = U(h_A) - U(h_B)$$

$U(\,)$ è detta energia potenziale

③

OSS. È molto comodo avere una funzione energia potenziale! infatti il calcolo del lavoro è ridotto a quello di una differenza tra numeri e non ad una "integrazione" di prodotti scalari ($L = \vec{F}_1 \cdot \Delta\vec{s}_1 + \vec{F}_2 \cdot \Delta\vec{s}_2 + \dots$)

Sempre nel caso di $m\vec{g}$, chiediamoci: DOVE U è costante?

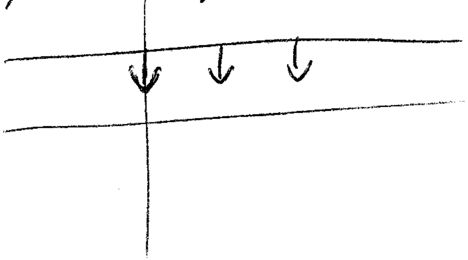


Vediamo che, fissata h, U è costante su tutte le superficie piane ad altezza h. Cambiando h, cambia U. Ma muovendo una massa su un piano ad altezza h, U non cambia (me ne accorgo, tra l'altro, dal fatto che se io devo muoverla non faccio molta fatica, .. se non per l'attrito... . Se devo SOLLEVARLA, cioè cambiare U, allora...)

Abbiamo introdotto il concetto di SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE

OSSERVAZIONE IMPORTANTE

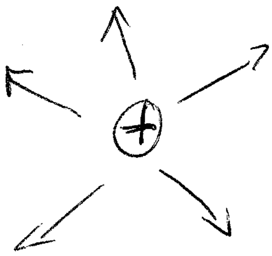
I vettori $m\vec{g}$ (e quindi le linee di campo) e le superfici equipotenziali, in che posizione sono?



$m\vec{g} \perp$ alle superfici equipotenziali!

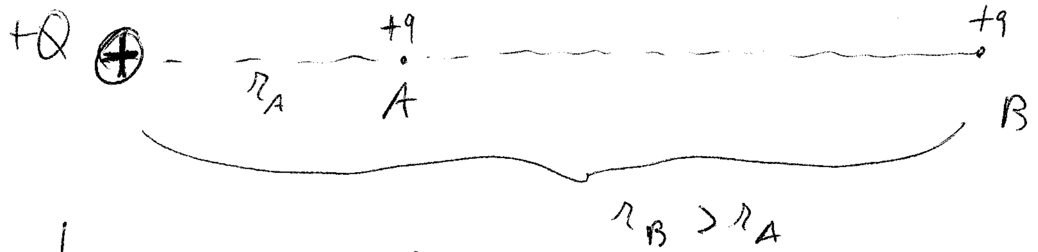
Abbandoniamo ora il semplice campo $m\vec{g}$

Consideriamo il campo di forze di Coulomb.



IL CALCOLO SI COMPLICA ...

In particolare occorre richiamare l'attenzione sul fatto che $\vec{F}$ <u>non</u> è costante. Esempio



$$L_{COULOMB} = \vec{F}_{COULOMB} \cdot \Delta\vec{s}_{AB}$$

Ma la forza in A è MAGGIORE della forza in B

(in realtà poiché $|\vec{F}| = \frac{kQq}{r^2}$ ho che $|F|$ <u>DECRESCE</u> al crescere di r, e vale $\lim_{r \to \infty} \frac{kQq}{r^2} = 0$)

Quindi il calcolo di L_{AB} <u>non</u> è come nel caso della forza peso $m\vec{g}$ (che, essendo costante, veniva raccolta a fattor comune).

Come procedere? Occorrono tecniche di integrazione.

Presentiamo solo il risultato

$$L_{AB} = k\frac{Qq}{r_A} - k\frac{Qq}{r_B}$$

<u>oss.</u> anche qui L_{AB} sembra dipendere <u>solo</u> dalla posizione rispetto alla carica Q (r_A, r_B sono le distanze da essa.

(5)

Anche cambiando percorso:

$$L_{AB} = k\frac{Qq}{r_A} - k\frac{Qq}{r_B}$$

$\Longrightarrow$ Il campo $\vec{F}_{COULOMB}$ è conservativo

$\Longrightarrow$ $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}_{coulomb}}{q}$ è conservativo

Ricordiamo che avevamo definito la <u>differenza di potenziale elettrico</u> ΔV_{AB} come

$$\Delta V_{AB} := -\frac{L_{AB}}{q}$$ e quindi

$$\Delta V_{AB} = -\frac{L_{AB}}{q} = -\frac{1}{q}\left[k\frac{Qq}{r_A} - k\frac{Qq}{r_B}\right]$$

$$= k\frac{Q}{r_B} - k\frac{Q}{r_A}$$

Se definiamo una quantità (funzione)

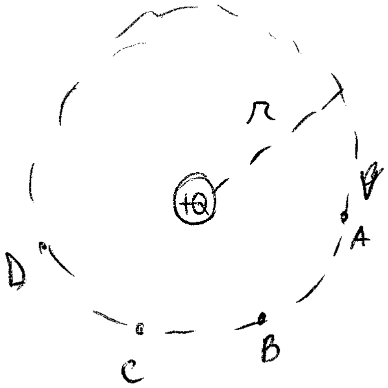
$$\boxed{V(x) := k\frac{Q}{x}}$$

e la chiamiamo <u>POTENZIALE ELETTRICO</u>

avrò $\Longleftarrow$ $\Delta V_{AB} = V(r_B) - V(r_A)$

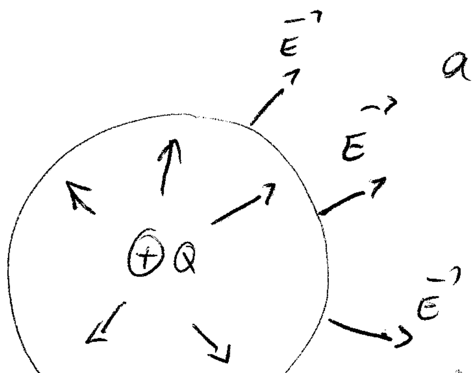
<u>OSS.</u> $V(r)$ dipende solo da r, una volta <u>fissata</u> la carica generatrice Q

6 $V(r) = k\frac{Q}{r}$. Quali sono i punti in cui V è costante? I punti con lo stesso valore di r! Cioè tutti i punti su una sfera ~~co~~ con il centro sulla carica Q.



$V(A) = V(B) = V(C) = V(D)$ ecc...

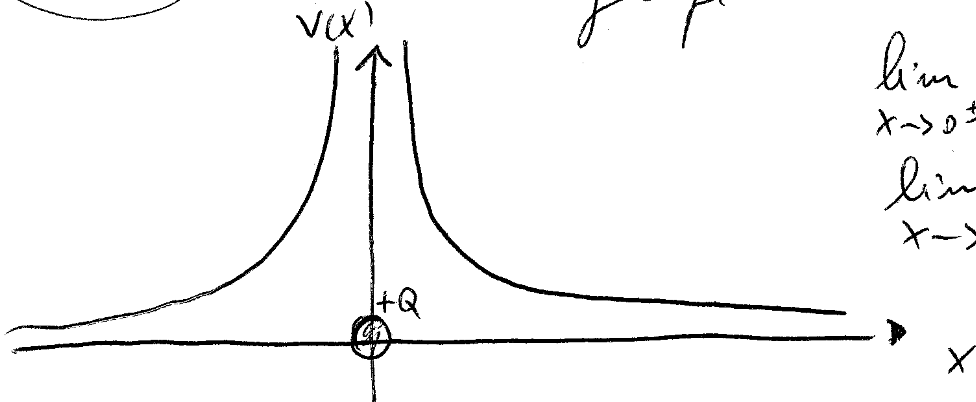
Inoltre anche qui le linee di campo (cioè in definitiva il vettore $\vec{E}$) sono ortogonali a queste superfici equipotenziali



Torniamo alla funzione $V(x) = k\frac{Q}{x}$. Il suo grafico è (se Q è positiva)

$$\lim_{x \to 0^\pm} V(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to \pm\infty} V(x) = 0$$



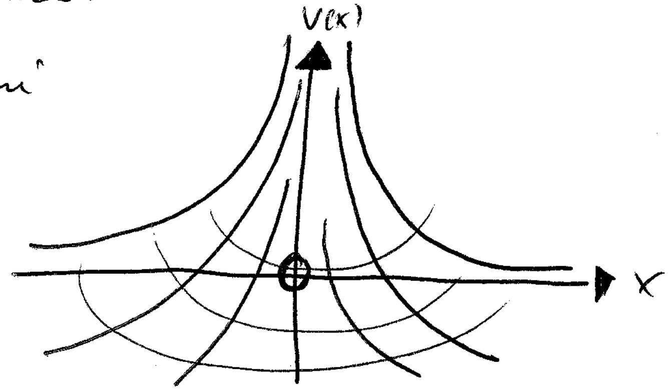
Qui stiamo supponendo di mettere la carica $+Q$ al centro degli assi, e x sarà la distanza da essa

<u>Esperimento mentale</u>: Immaginiamo di porre sull'asse X, un protone $+q$. Questo verrà respinto da $+Q$. Proviamo ad avvicinarlo a $+Q$. Sentiamo ~~come~~ una repulsione...

7

Osserviamo che $V(x)$ tende a crescere.
Abbiamo una "barriera di potenziale" che impedisce il nostro tentativo.

In due dimensioni

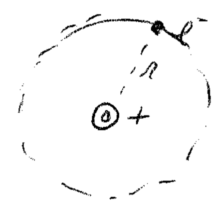


<u>SINTESI</u> Se un campo $\vec{E}$ <u>è conservativo</u>

$\Longmapsto$ esiste il potenziale

$\Longmapsto$ questo potenziale ci consente di avere <u>una completa caratterizzazione</u> del campo

- <u>PRIMA</u> di affrontare questo aspetto, alcuni esercizi sul calcolo della d.d.p.
- Alcuni esercizi su $\vec{F} = q\vec{E}$. Quindi, dato $\vec{E}$ e una massa m con carica q (un protone, un elettrone ecc.) determinare accelerazione ecc. Insistere sul fatto che $\vec{F}$ cambia e quindi il moto è --- "più" che accelerato, nel senso che $\vec{a}$ cambia punto a punto.



- Calcolo nel caso dell'atomo di idrogeno??? (Nel caso richiamarsi la forza centrifuga)
- Confronto <u>numerico</u> tra $\vec{F}_{gravità}$ e $\vec{F}_{Coulomb}$